PROGETTAZIONE DI TRAIETTORIE ENERGETICAMENTE EFFICIENTI IN SERVOMECCANISMI PER MACCHINE AUTOMATICHE

Angelo Oreste Andrisano Dipartimento di Ingegneria Enzo Ferrari, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italy E-mail: angelooreste.andrisano@unimore.it

Federico Balugani Dipartimento di Ingegneria Enzo Ferrari, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italy E-mail: federico.balugani@unimore.it

Giovanni Berselli Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Energetica, Gestionale e dei Trasporti, Università degli Studi di Genova, Italy E-mail: giovanni.berselli@unige.it

Michele Gadaleta Dipartimento di Ingegneria Enzo Ferrari, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italy E-mail: michele.gadaleta@unimore.it

Marcello Pellicciari Dipartimento di Ingegneria Enzo Ferrari, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italy E-mail: marcello.pellicciari@unimore.it

Alberto Vergnano Dipartimento di Ingegneria Enzo Ferrari, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Italy E-mail: alberto.vergnano@unimore.it Abstract. I Servomeccanismi (SM), anche detti camme elettroniche, sono sempre più utilizzati in sostituzione alle tradizionali camme meccaniche, al fine di incrementare la flessibilità e la ri-configurabilità delle moderne macchine automatiche. Nel tentativo di ottimizzare le prestazioni globali di un SM è necessario considerare vari fattori, tra cui le dinamiche di meccanismo a membri rigidi, motore elettrico e sistema di controllo, nonchè dalle leggi di moto richieste. In particolare, le traiettorie punto-punto (PP) vengono progettate sulla base di esigenze di processo e, allo stesso tempo, cercando di minimizzare opportuni indici di costo quali, ad esempio, la richiesta di coppia o potenza. Questa memoria presenta un metodo innovativo per generare traiettorie energeticamente efficienti, utilizzando spline cubiche o del quinto grado. Le funzioni costo sono calcolate utilizzando un prototipo virtuale del sistema che comprende la modellazione di tutti i principali sottosistemi di un SM. I risultati ottenuti sono affiancati a misure di validazione sperimentale ottenute su un prototipo fisico.

Parole chiave: Prototipazione Virtuale, Generazione di Traiettorie, Servomeccanismi

1. INTRODUZIONE

Le moderne macchine automatiche vengono progettate e realizzate in modo da garantire, possibilmente, elevate flessibilità e possibilità di riconfigurazione, al fine di adattarsi alle svariate richieste produttive [1]. Per i suddetti motivi, in ambito automazione industriale, è sempre più frequente l'utilizzo di SM (detti anche camme elettroniche) in sostituzione alle tradizionali camme meccaniche, anche per movimentazioni caratterizzate da elevate velocità e richieste di precisione. L'adozione di SM permette infatti di utilizzare traiettorie ottimizzate per ogni modalità operativa (si pensi alle macchine che gestiscono differenti formati del prodotto). Per contro, i SM richiedono spesso una corposa fase di tuning, mirata al raggiungimento di errori di posizione accettabili [2].

Usualmente, le camme elettroniche vengono sviluppate con metodi e strumenti differenti e scarsamente integrati. Per esempio, la progettazione del cinematismo è di solito affidata agli ingegneri meccanici, che si preoccupano di ottenere una soluzione affidabile, compatta, rigida, leggera ed economica. In parallelo, la scelta dell'attuatore elettrico, della legge di moto ed il "tuning" del sistema di controllo spetta a figure professionali dedicate. Naturalmente, alcune parti della legge di moto non sono vincolate da particolari esigenze di processo e possono essere liberamente ottimizzate.

L'ottimizzazione off-line delle leggi di moto è un tema fortemente trattato dalla letteratura scientifica. Per esempio, [3] e [4] propongono rispettivamente un'ottimizzazione di tempo ciclo e jerk per robot seriali. Gli autori di [5] e [6] propongono algoritmi per la generazione di leggi di moto energeticamente efficienti, mentre in [7] viene minimizzata la variazione della coppia richiesta. Altri ricercatori hanno considerato strutture ridondanti [8] o ottimizzazioni multi-obiettivo, per esempio tempo-energia [9].

Indipendentemente dal tipo di ottimizzazione, ogni algoritmo richiede un modello del sistema che calcoli il valore della funzione costo. Per esempio, Saramago e Steffen [10] ottengono la richiesta di coppia degli assi del robot considerando solo il contributo dovuto alla dinamica dei corpi rigidi. Field e Stephanenko [11] calcolano il consumo energetico dei motori tenendo in considerazione le sole perdite resistive. In ogni caso, qualsiasi approccio

potrebbe fornire risultati non ottimali in mancanza di un corretto modello del sistema nel suo complesso.

Viste le precedenti considerazioni, l'obiettivo di questa memoria è innanzitutto quello di richiamare un dettagliato prototipo virtuale di un SM ad un grado di libertà (g.d.l.), precedentemente sviluppato dagli autori in [12]. Tale prototipo virtuale comprendente modelli di sistema meccanico, motore elettrico, controllore e convertitore di potenza. Le richieste di coppia e di potenza vengono così predette in modo accurato, differentemente da quanto potrebbe accadere trascurando uno o più sottosistemi. Viene poi descritto l'approccio utilizzato per la generazione di traiettorie energeticamente ottime. In particolare, le PP proposte utilizzano spline interpolanti una serie di punti virtuali, la cui posizione è variata dall'algoritmo di ottimizzazione. Vengono infine discussi risultati numerici e sperimentali.

2. MODELLAZIONE DEL SERVOMECCANISMO

Le applicazioni con camme elettroniche solitamente utilizzano motori sincroni a magneti permanenti (PMSM). Uno schematico del sistema è riportato in Fig. 1 e comprende il carico meccanico (in questo caso un manovellismo di spinta) movimentato da un PMSM, a sua volta alimentato da un "drive" di potenza connesso alla rete elettrica. Il drive comprende un raddrizzatore, un servo inverter ed un DC-bus con resistenza di drain. Come visibile nella stessa Fig. 1, il prototipo fisico del SM utilizzato è composto da un drive Beckhoff AX5112 e da un PMSM Beckhoff AM3072 connesso ad un manovellismo. Lo schema a blocchi del sistema di controllo (comprendente modello del motore elettrico e del carico meccanico) è visibile in Fig. 2, mentre Fig. 3 raffigura il modello del convertitore di potenza. Con ovvia notazione di simboli, u indica un generica variabile nel suo attuale valore, mentre u^* indica il valore desiderato per tale variabile (setpoint).



Figure 1. Schema di un SM ad un grado di libertà (sulla sinistra). I termini P_{el} , P_c , P_{in} , P_m rappresentano rispettivamente le potenze in ingresso al drive, al condensatore, all'inverter e al manovellismo. Sulla destra una foto del SM reale



Figure 2. Diagramma a blocchi del controllore, dinamica del PMSM e del carico meccanico. Le funzioni f_d , f_q , e f_m sono definite nelle Eq. (2) e (4), mentre $\Delta M(\vartheta_c) = M_m - M_r(\vartheta_c) - dW_{pot}(\vartheta_c)/d\vartheta_c$, e $J'_{red} = dJ_{red}/d\vartheta_c$.



Figure 3. Diagramma a blocchi del modello del convertitore di potenza.

Modellazione del carico Meccanico

La dinamica del manovellismo di spinta può essere descritta utilizzando il concetto di momento d'inerzia ridotto [13]. In particolare, l'equazione del moto è semplicemente data da:

$$\ddot{\vartheta}_c = \frac{M_m - M_r - dW_{pot}/d\vartheta_c}{J_{red}} - \frac{dJ_{red}/d\vartheta_c}{2J_{red}}\dot{\vartheta}_c^2 \tag{1}$$

avendo definito ϑ_c come posizione angolare della manovella, M_m coppia di uscita del motore elettrico, M_r coppia resistente generalizzata, J_{red} momento d'inerzia ridotto all'albero motore, W_{pot} energia potenziale gravitazionale. In questo caso, la coppia M_r considera unicamente l'effetto degli attriti, mentre le altre forze non conservative si considerano trascurabili. Figura 4 riporta i valori di $J_{red} e dJ_{red}/d\vartheta_c$ in funzione di ϑ_c per il manovellismo di spinta considerato, evidenziando l'elevata variabilità di entrambe le grandezze. Noti i profili di moto desiderati $\vartheta_c^*(t)$, $\dot{\vartheta}_c^*(t)$, $\ddot{\vartheta}_c^*(t)$, Eq. (1) consente di calcolare l'ideale profilo di coppia richiesta dal carico meccanico.

Modellazione del PMSM

Similmente a [14] è possibile definire un modello accurato della dinamica del PMSM assumendo trascurabili le perdite per isteresi e per correnti parassite. Utilizzando la trasformata



Figure 4. Valori di J_{red} , $dJ_{red}/d\vartheta_c$ in funzione di ϑ_c .

d-q [15] è possibile scrivere le equazioni di stato del sistema:

$$\frac{di_{d}}{dt} = L_{d}^{-1} \left[v_{d}^{*} - R_{s}i_{d} + pL_{q}i_{q}\dot{\vartheta}_{c} \right] = f_{d}(v_{d}^{*}, i_{d}, i_{q}, \dot{\vartheta}_{c}) \tag{2}$$

$$\frac{di_{q}}{dt} = L_{q}^{-1} \left[v_{q}^{*} - R_{s}i_{q} - p\dot{\vartheta}_{c}(L_{d}i_{d} + \lambda_{m}) \right] = f_{q}(v_{q}^{*}, i_{d}, i_{q}, \dot{\vartheta}_{c}) \qquad \lambda_{m} = \sqrt{2}K_{t} / 3p \tag{3}$$

con v_d^* , i_d , L_d tensione, corrente e induttanza dell'asse diretto (asse d), v_q^* , i_q , L_q tensione, corrente e induttanza dell'asse in quadratura (asse q), R_s resistenza statorica, p numero di paia poli, λ_m flusso rotorico e K_t costante di coppia. Risulta quindi possibile calcolare la coppia erogata dal PMSM come:

$$M_m = 3p \left[\lambda_m i_q + (L_d - L_q) i_d i_q \right] / 2 = f_M(i_q, i_d)$$
(4)

mentre la potenza richiesta dal PMSM valé:

$$P_{in} = 3 \left[v_q^* i_q + v_d^* i_d \right] / 2 \tag{5}$$

Modellazione del Controllore

Il controllore è basato su un controllo in cascata che comprende anelli di corrente, velocità e posizione. Con riferimento alla Fig. 2, $R_{PI}^{dq}(s)$ rappresenta il regolatore proporzionale integrale (PI) di corrente per gli assi d e q, $R_{PI}^{v}(s)$ rappresenta il regolatore PI di velocità, mentre $K_{P}^{p} e K_{FF}^{p}$ indicano rispettivamente guadagno proporzionale e guadagno di feed-forward del controllore di posizione. Si precisa che il modello comprende gli effetti della discretizzazione dei segnali (dovuti al campionamento del controllore reale). Partendo dalla legge di moto desiderata (ovvero $\vartheta_{c}^{*}(t)$, $\vartheta_{c}^{*}(t)$, $\vartheta_{c}^{*}(t)$) è possibile connettere modello del sistema di controllo con i modelli del carico meccanico e del PMSM al fine di ottenere una previsione di coppia più accurata rispetto a quanto si può ottenere considerando solo il carico meccanico.

Modellazione del Convertitore di Potenza

In Fig. 1 si notano i sottosistemi del convertitore di potenza ovvero il raddrizzatore, l'inverter ed il DC-bus. Ad oggi, generalmente, i drive sono equipaggiati con raddrizzatore passivi, i quali consentono alla potenza elettrica di fluire dalla rete al carico ma non viceversa (ovvero $P_{el} \ge 0$). Quindi, quando il PMSM funziona da generatore di potenza (durante le fasi di frenata rigenerativa), l'energia recuperata viene immagazzinata nel condensatore, *C*, facendo alzare la tensione del DC-Bus. Nel caso in cui si raggiunga la soglia massima per la tensione del DC-Bus, viene automaticamente attivata la resistenza di drain, R_D , per dissipare l'energia rigenerata in eccesso. Con riferimento a Fig. 1, nel caso di corrente uscente dal raddrizzatore, è possibile scrivere l'equazione di nodo delle correnti:

$$i_{el} = i_{in} + C \frac{dv_{dc}}{dt} + \alpha i_D \tag{6}$$

con v_{dc} tensione del DC-Bus e α che può assumere valore pari a 0 o 1 in caso di resistenza di drain disattivata o attivata. Trascurando le perdite di inverter e raddrizzatore e nominando con \bar{v}_{dc} la tensione massima raddrizzata (in uscita al raddrizzatore a vuoto), è possibile scrivere l'equazione di bilancio delle potenze in virtù dell'Eq. (6):

$$P_{el} - P_{in} = C v_{dc} \frac{dv_{dc}}{dt} + \alpha v_{dc}^2 / R_D \tag{7}$$

ed ottenere la richiesta di potenza prelevata dalla rete come:

$$P_{el} = \begin{cases} P_{in}, & \text{if } v_{dc} \le \overline{v}_{dc} \text{ AND } P_{in} > 0\\ 0, & \text{negli altri casi} \end{cases}$$
(8)

Tale modello è illustrato in Fig. 3.

3. OTTIMIZZAZIONE

Come visibile in Fig. 5, una generica legge di moto può essere suddivisa in zone di interazione prodotto (per esempio $\vartheta_c = h$) e zone meno rilevanti ai fini del processo. Queste ultime zone possono essere ottimizzate minimizzando specifiche funzioni costo. Si consideri una traiettoria PP, $\vartheta_c(t)$, con $t \in [0,T]$ avente $\vartheta_c \ge 0$. Partendo da una legge polinomiale del quinto grado, che è la traiettoria che minimizza il jerk RMS [4], l'approccio proposto utilizza spline cubiche o del quinto grado che interpolano una serie di punti virtuali posizionati nell'intervallo [0,T]. La posizione di questi punti virtuali è variata dall'algoritmo di ottimizzazione per convergere verso una legge di moto ottima. In particolare, l'intervallo [0,T] è diviso in *n* sotto-intervalli equi-spaziati (dove *n* è un numero intero scelto dall'utente, con l'unica condizione che n > 3). Il vettore degli istanti di tempo e le corrispondenti posizioni virtuali sono definite come:

$$\boldsymbol{\xi} = [\xi_i]^T = [iT/n]^T, \quad \mathbf{q} = [q_i]^T, \quad i = 0, \dots, n$$

$$\begin{array}{c} \boldsymbol{\vartheta}_c \\ (t_{n-1}, q_{n-1}) \\ \boldsymbol{\theta}_c \\ (t_i, q_i) \\ (t_i, q_i) \\ \boldsymbol{\theta}_c \\ \boldsymbol{\theta}$$

Figure 5. Generico profilo di Posizione.

Con $q_0 = \vartheta_c(0)$ e $q_n = \vartheta_c(T)$. La corrispondente legge polinomiale a tratti è definita come:

$$\vartheta_{c}(\mathbf{q},t) \equiv \left\{ \mathscr{P}_{k}(\mathbf{q},t) = \sum_{j=0}^{m} D_{j,k}(\mathbf{q})(t-\xi_{k})^{j}, \ \xi_{k} \le t \le \xi_{k+1}, \ k = 0, \dots, n-1 \right\}$$
(10)

con $D_{j,k}$ coefficienti della polinomiale per ciascun tratto. L'Eq. (10) può descrivere sia una spline cubica con 4n coefficienti incogniti (m = 3) che una spline del quinto grado con 6n coefficienti incogniti (m = 5). Inoltre l'Eq. (10) diventa una singola polinomiale se n = 1.

Per le spline cubiche il numero di coefficienti incogniti può essere ridotto imponendo i seguenti vincoli:

1. 3(n-1) condizioni per la continuità di posizione, velocità e accelerazione nei punti intermedi:

$$\mathcal{P}_{k}(\mathbf{q},\xi_{k+1}) = \mathcal{P}_{k+1}(\mathbf{q},\xi_{k+1});$$

$$\dot{\mathcal{P}}_{k}(\mathbf{q},\xi_{k+1}) = \dot{\mathcal{P}}_{k+1}(\mathbf{q},\xi_{k+1});$$

$$\dot{\mathcal{P}}_{k}(\mathbf{q},\xi_{k+1}) = \dot{\mathcal{P}}_{k+1}(\mathbf{q},\xi_{k+1}); \quad \text{for } k = 0...n-2$$
(11)

2. 6 condizioni per imporre posizione, velocità e accelerazione nei punti estremali:

$$\mathcal{P}_{0}(\mathbf{q},0) = q_{0}; \qquad \dot{\mathcal{P}}_{0}(\mathbf{q},0) = 0; \qquad \dot{\mathcal{P}}_{0}(\mathbf{q},0) = 0; \mathcal{P}_{n-1}(\mathbf{q},T) = q_{n}; \qquad \dot{\mathcal{P}}_{n-1}(\mathbf{q},T) = 0; \qquad \dot{\mathcal{P}}_{n-1}(\mathbf{q},T) = 0;$$
(12)

Per le spline del quinto grado il numero delle incognite può essere ridotto imponendo i seguenti vincoli:

1. 3(n-1) condizioni come in Eq. 11, più 2(n-1) condizioni per la continuità di jerk e quirk nei punti intermedi:

2. 6 condizioni come in Eq. 12, più 2 condizioni per imporre il jerk nei punti estremali:

$$\ddot{\mathscr{P}}_0(\mathbf{q},0) = 0; \quad \ddot{\mathscr{P}}_{n-1}(\mathbf{q},T) = 0;$$
 (14)

Ne consegue che rimangono n-3 gradi di libertà, sia per le spline cubiche che per le per spline del quinto grado, cosicché solo un sottoinsieme del vettore **q** può essere utilizzato ai fini dell'ottimizzazione. Similmente a [17], la posizione dei punti $q_1 e q_{n-1}$ è vincolata imponendo l'accelerazione nei punti estremali, per le spline cubiche, ed il jerk nei punti estremali per le spline del quinto grado. Siccome $q_0 e q_n$ sono fissati, il vettore dei parametri di ottimizzazione risulta:

$$\mathbf{q}_{red} = [q_2, \dots, q_{n-2}]^T \subset \mathbf{q}$$
(15)

Il problema di ottimizzazione è formulato come minimizzazione della funzione costo $F(\mathbf{q}_{red})$ variando il vettore dei parametri di ottimizzazione \mathbf{q}_{red} :

$$\min_{\mathbf{q}_{red}} F(\mathbf{q}_{red}), \quad \text{sottoposta a:} \tag{16}$$

$$|\dot{\vartheta}_{c}(t)| < \dot{\vartheta}_{c}^{max} \quad |\ddot{\vartheta}_{c}(t)| < \ddot{\vartheta}_{c}^{max} \quad |\ddot{\vartheta}_{c}(t)| < \dddot{\vartheta}_{c}^{max}$$
(17)

$$|\tau_m(t)| < \tau_m^{max} \tag{18}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) < \boldsymbol{\varepsilon}^{max} \tag{19}$$

Le equazioni (17) e (18) impongono che velocità, accelerazione, jerk e coppia rimangano al di sotto delle rispettive soglie limite $\dot{\vartheta}_c^{max}$, $\ddot{\vartheta}_c^{max}$, $\ddot{\vartheta}_c^{max}$, e τ_m^{max} . In modo simile, può essere imposta una soglia per il massimo errore di posizione, ε_{max} .

Per quanto riguarda la funzione costo $F(\mathbf{q}_{red})$, è possibile utilizzare direttamente l'energia richiesta ottenuta come integrale della potenza elettrica:

$$F(\mathbf{q}_{red}) = \int_0^T P_{el}(\mathbf{q}_{red}, t) dt$$
(20)

Per quanto riguarda il set iniziale dei parametri di ottimizzazione, \mathbf{q}_{red}^0 , è ottenuto fittando la polinomiale del quinto grado.

4. RISULTATI

L'ottimizzazione vincolata di Eq. (16) è stata risolta utilizzando l'algoritmo SQP implementato nella funzione *fmincon* dell'ambiente di programmazione Matlab, settando n = 12. I parametri del modello, utilizzati nelle simulazioni, sono riportati in Tab. 1, p_{samp} , v_{samp} , dq_{samp} sono i tempi di campionamento per gli anelli di posizione, velocità e corrente rispettivamente.

La traiettoria test utilizzata è del tipo *andata-sosta-ritorno*, ed è composta da una PP di andata, con $\vartheta_c \in [0^\circ, 100^\circ]$ e fase master $\vartheta_{ma} \in [0^\circ, 360^\circ]$, una sosta, caratterizzata da $\vartheta_c = 100^\circ$ con fase master $\vartheta_{ma} \in [360^\circ, 390^\circ]$, e un movimento PP/di ritorno con $\vartheta_c \in [100^\circ, 0^\circ]$ e fase master $\vartheta_{ma} \in [390^\circ, 750^\circ]$. La velocità dell'asse master virtuale è di 500 rpm quindi la durata totale della traiettoria è pari a 0.25s. Figura 6 riporta i profili ottimizzati (ottenuti con spline cubiche e del quinto grado) rispetto al profilo iniziale di riferimento (PP ottenute con delle polinomiali del quinto grado). Figura 7 mostra le curve di potenza della traiettoria iniziale e della migliore fra le traiettorie ottimizzate (ottenuta con spline cubica). In Fig. 7, con linea continua sono rappresentate le curve ottenute in simulazione, mentre in linea tratteggiata le curve di potenza sperimentale (misurate con un misuratore di potenza

Table 1. Model parameters.

p = 5	$R_s = .68\Omega$	$L_d = L_q = 10.35 mH$
$K_t = 3.23 Nm/A$	$M_{m,max} = 118.8Nm$	$C = 470 \mu F$
$K_P^p = 45$	$K_{FF}^{p} = 1.20$	$K_{P}^{v} = 25$
$K_I^v \neq 1900$	$K_P^{dq} = 50$	$K_I^{dq} = 26000$
$p_{samp} = 250 \mu s$	$v_{samp} = 125 \mu s$	$dq_{samp} = 62.5 \mu s$

Table 2. Optimization Results

	Energia (Simulazione) (J)	Energia (Sperimentale) (J)
Iniziale	46.3	48.9
Spline 3 Ottima	32.4	32.8
Spline 5 Ottima	33.2	33.5



Figure 6. Confronto Leggi di moto



Figure 7. Curve simulate (Sim.) e sperimentali (Exp.) delle richieste di potenza elettrica per la traiettoria iniziale e la traiettoria ottimizzata con spline cubiche

professionale [18]). I risultati delle simulazioni vengono pienamente confermati da risultati sperimentali ottenuti su un prototipo fisico del sistema. In Tab. 2 sono riportati i valori numerici simulati e sperimentali di energia richiesta per ciclo. Dalla tabella si può notare una decisa diminuzione dell'energia richiesta di circa il 31.5% per le spline del quinto grado e del 32.9% per le spline cubiche. Tale risultato conferma che traiettorie più "dolci" (con un maggior numero di derivate continue) sono energeticamente meno efficienti.

5. CONCLUSIONI

Un nuovo metodo per l'ottimizzazione di leggi di moto PP è stato proposto e validato sperimentalmente. Tale metodo utilizza traiettorie spline che interpolano una serie di punti virtuali la cui posizione viene stabilita da un algoritmo di ottimizzazione. È stato proposto come caso studio un SM composto da un manovellismo di spinta controllato in posizione.

REFERENCES

- Heisel, U., and Meitzner, M., 2011. "Progress in reconfigurable manufacturing systems". J. for Manufacturing Science and Production, 6, pp. 1–8.
- [2] Pellicciari, M., Berselli, G., Ori, M., and Leali, F., 2013. "The role of co-simulation in the integrated design of high-dynamics servomechanisms: an experimental evaluation". *Applied Mechanics and Materials*, **278-280**, pp. 1758–1764.
- [3] Bobrow, J., Dubowsky, S., and Gibson, J., 1985. "Time-optimal control of robotic manipulators along specified paths". *The International Journal of Robotics Research*, **4**(3), Sept., pp. 3–17.

- [4] Flash, T., and Hogans, N., 1985. "The coordination of arm movements: An experimentally confirmed mathematical model". *Journal of Neuroscience*, 5, pp. 1688–1703.
- [5] Pellicciari, M., Berselli, G., Leali, F., and Vergnano, A., 2011.. "Object-oriented modeling of industrial manipulators with application to energy optimal trajectory scaling". ASME IDETC 2011 International Design Engineering Technical Conferences, Washington DC, USA, pp. 1–10.
- [6] Huang, M.-S., and andRong Fong Fung, Y.-L. H., 2012. "Minimum-energy point-to-point trajectory planning for a motor-toggle servomechanism". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 17(2), april, pp. 337 –344.
- [7] Uno, Y., Kawato, M., and Suzuki, R., 1989. "Formation and control of optimal trajectory in human multijoint arm movement". *Biological Cybernetics*, **61**(2), June, pp. 89–101.
- [8] Hirakawa, A., and Kawamura, A., 1997. "Trajectory planning of redundant manipulators for minimum energy consumption without matrix inversion". In IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Vol. 3, pp. 2415–2420.
- [9] Jacobsen, D., Gershwin, S., and Lele, M., 1970. "Computation of optimal singular controls". IEEE Transactions on Automatic Control, AC-15(Issue 1), pp. 67–73.
- [10] Saramago, S., and Jr, V. S., 1998. "Optimization of the trajectory planning of robot manipulators taking into account the dynamics of the system". *Mechanism and Machine Theory*, 33(7), pp. 883 894.
- [11] Field, G., and Stepanenko, Y., 1996. "Iterative dynamic programming: an approach to minimum energy trajectory planning for robotic manipulators". In IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, Vol. 3, pp. 2755–2760.
- [12] Pellicciari, M., Berselli, G., and Balugani, F., 2014. "On Designing Optimal Trajectories for Servo-Actuated Mechanisms: Detailed Virtual Prototyping and Experimental Evaluation". *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, **PP**(99), pp. 1–14.
- [13] Dresig, H., and Holzweißig, F., 2010. Dynamics of Machinery, Theory and Applications. No. Springer.
- [14] Pillay, P. andKrishnan, R., 1989. "Modeling, simulation, and analysis of permanent-magnet aotordrives: Part i. the permanent-magnet synchronous motor drive". *IEEE Transactions on Industry Applications*, 25(2), pp. 265–273.
- [15] Park, R. H., 1929. "Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysispart i". American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the, 48(3), july, pp. 716–727.
- [16] Biagiotti, L., and Melchiorri, C., 2008. Trajectory Planning for Automatic Machines and Robots. Berlin, Germany: Springer-Verlag.
- [17] Gasparetto, A., and Zanotto, V., 2008. "A technique for time-jerk optimal planning of robot trajectories". *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 24(3), pp. 415–426.
- [18] IRS S.r.l., 2014. @http://www.irsweb.it/MeetBOX.html.